

# 呈任意能量分布的核信号模拟

黄洪全 方 方 龚迪琛 周 伟

(成都理工大学核技术与自动化工程学院 成都 610059)

**摘要** 针对核信号在脉冲幅度和相邻脉冲产生的时间间隔上存在的随机性,探讨了核信号统计特性的模拟方法。在进行核信号的能量随机性模拟中,可将核信号的统计特性分解为均匀分布、高斯分布、指数分布、多项式分布和泊松分布等基本分布,并用本文所述方法来实现;对于不便于分解、呈任意能量分布的核信号也可用此法实现,模拟效果较好。

**关键词** 核随机信号,模拟,基本分布,任意分布

**中图分类号** TN782, TL82

核能谱数字化获取方法和获取系统研究是国内倍受关注的热点<sup>[1]</sup>。作为研制数字化核仪器的重要工具,我国核信号发生器及其产生方法研究仍处于起步阶段<sup>[2-5]</sup>。同时,核信号的多样性、灵活多变性以及重复性等,也直接影响核仪器的性能。本文结合核信号的随机特性,对呈典型能量分布及任意能量分布的核信号,进行脉冲幅度随机特性和相邻脉冲时间间隔随机特性的模拟方法的分析。

## 1 核信号的随机特性

### 1.1 核信号的时间随机特性

由于放射性核素衰变的随机性,探测器中产生的电离、激发、光电转换及电子倍增等也是随机的。核辐射探测器的电输出信号的随机特点,主要表现为脉冲幅度和相邻脉冲的时间间隔不等<sup>[5,6]</sup>。

探测器在 $t$ 时间接收的射线数(以及相应的输出脉冲数)具有随机性,设辐射源在 $t$ 时间内发射的射线数遵守泊松分布,探测器相应的输出脉冲数也遵守泊松分布。同样, $t$ 时间内相邻信号脉冲的时间间隔的概率分布也服从泊松分布。

### 1.2 探测器输出脉冲幅度统计特征<sup>[1,7]</sup>

探测器吸收的入射射线能量也具有随机性。探测器输出脉冲幅度正比于探测器吸收的能量,即使入射射线的能量完全相同,输出脉冲的幅度也不完全一样,在能谱上形成一个具有一定宽度的峰。对某种能量的射线,设探测器输出脉冲幅度平均值为 $\bar{V}$ ,则探测器实际输出脉冲幅度为 $V$ 的概率表示为:

$$P(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_D} e^{-(V-\bar{V})^2/2\sigma_D^2} \quad (1)$$

式中, $\sigma_D$ 为标准差,由探测器固有能量分辨率 $R_D$ 决定。

### 1.3 计数测量的统计涨落

放射性衰变和射线与物质相互作用过程的随机性造成放射性计数测量的统计涨落,统计误差 $\sigma_N$ 与一次计数值 $N$ 或者有限次测量的计数平均值 $\bar{N}$ 有如下的简单关系<sup>[6]</sup>:

$$\sigma_N \approx \sqrt{\bar{N}} \approx \sqrt{N} \quad (2)$$

若被分析核素活度很低,或计数时间很短,谱中各道计数的统计涨落很大,全能峰的净计数的统计误差也较大。

## 2 核随机信号的产生方法<sup>[8-11]</sup>

### 2.1 变量替换法

某些复杂随机变量可表示为多个简单随机变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的函数,如 $y=g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,得到 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的抽样后,就可确定 $y$ 的抽样,此即替换法抽样。

设有标准正态分布密度函数:

$$f(x) = [\exp(-x^2/2)]/(2\pi)^{1/2} \quad (-\infty < x < \infty) \quad (3)$$

引入一个与正态随机变量 $X$ 独立同分布的随机变量 $Y$ ,并令 $X=\rho\cos\varphi, Y=\rho\sin\varphi$ ,则 $(\rho, \varphi)$ 的联合分布密度函数为:

$$f(\rho, \varphi) = [\rho \exp(-\rho^2/2)]/(2\pi) \quad (0 < \rho < \infty, 0 < \varphi < 2\pi) \quad (4)$$

由此可知,  $\rho$ 、 $\varphi$  相互独立, 其分布密度函数分别为:

$$f_1(\rho) = \rho \exp(-\rho^2/2), f_2(\varphi) = 1/(2\pi) \quad (5)$$

分别抽取  $\rho$ 、 $\varphi$ :

$$\rho = (-2\ln\varepsilon_1)^{1/2}, \varphi = 2\pi\varepsilon_2 \quad (6)$$

可得到一对服从标准正态分布的随机变量  $X$  和  $Y$ :

$$X_f = (-2\ln\varepsilon_1)^{1/2} \cos(2\pi\varepsilon_2), Y_f = (-2\ln\varepsilon_1)^{1/2} \sin(2\pi\varepsilon_2) \quad (7)$$

若  $(2\varepsilon_1 - 1)^2 + \varepsilon_2^2 \leq 1$  (否则舍弃此对  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ , 产生新的  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$ ), 则:

$$\sin \varphi = \frac{2(2\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_2}{(2\varepsilon_1 - 1)^2 + \varepsilon_2^2}, \cos \varphi = \frac{(2\varepsilon_1 - 1) - \varepsilon_2^2}{(2\varepsilon_1 - 1)^2 + \varepsilon_2^2} \quad (8)$$

其中  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  为上半单位圆的外切矩形内均匀投点。

对一般的正态分布密度函数  $N(\mu, \sigma^2)$  的抽样为:

$$X_f = \mu + \sigma X_f, Y_f = \mu + \sigma Y_f \quad (9)$$

## 2.2 反函数法

对于连续性分布, 如果分布函数  $F(x)$  的反函数  $F^{-1}(x)$  存在, 则直接抽样为

$$X_F = F^{-1}(\varepsilon) \quad (10)$$

其中,  $\varepsilon$  为  $[0, 1]$  区间上呈均匀分布的随机数。利用该方法对  $[a, b]$  上的均匀分布进行抽样, 可得:

$$X_F = F^{-1}(\varepsilon) = a + (b - a)\varepsilon \quad (11)$$

对指数分布的抽样得:

$$X_F = F^{-1}(\varepsilon) = -\beta \ln(1 - \varepsilon) \quad (12)$$

## 2.3 加抽样方法

设  $f(x) = \sum P_n f_n(x)$ , ( $n=1-\infty$ ), 其中  $P_n \geq 0$ ,  $\sum P_n = 1$ ,  $f_n(x)$  为与参数  $n$  有关的分布密度函数,  $n=1, 2, \dots$ 。首先, 抽样确定  $n'$ ; 然后, 由  $f_{n'}(x)$  中抽样  $x$ , 即当  $F_{n'-1} \leq \varepsilon < F_{n'}$ ,

$$X_f = X_{f_{n'}} \quad (13)$$

其中  $F_{n'} = \sum P_n$ , ( $n=1-n'$ ), 并规定  $F_0 = 0$ 。

## 2.4 离散直接抽样方法

设一任意离散型分布

$$F(x) = \sum P_i, (x_i < x) \quad (14)$$

其中  $x_1, x_2, \dots$  为离散型分布函数的离散点,  $P_1, P_2, \dots$  为相应的概率,  $\sum P_i = 1$ , ( $i=1-\infty$ )。  $F(x)$  的直接抽样方法为:

$$X_F = X_i, \quad \text{当} \sum_{i=1}^{l-1} P_i \leq \varepsilon < \sum_{i=1}^l P_i \quad (15)$$

该法对于所有离散型分布非常理想。

## 3 核随机信号模拟实例

对于呈任意能量分布的核随机信号, 幅值随机性的模拟均可通过上述方法实现。在进行幅值随机性的模拟中, 可通过均匀分布、高斯分布、指数分布、泊松分布等基本分布的组合来实现。在对幅值随机性进行模拟时, 还应对其相邻脉冲的时间间隔进行模拟。同理, 对于相邻脉冲的时间间隔, 其随机性的模拟也可通过上述方法实现, 因为, “时间间隔” 的统计分布与能量(幅值)的统计分布均可看作数学意义下的概率密度分布。下文为典型实例。

### 3.1 均匀分布抽样

设定参数: 分布区间为 1-1024(多道的道址, 也可看作相邻信号脉冲的时间间隔), 产生 102400 个随机点(看作脉冲幅值, 也可看作相邻信号脉冲的时间间隔值)。实现方法: 乘同余法<sup>[12]</sup>。仿真效果: 产生的随机点统计分布如图 1(a), 道址计数均值  $m=100$ ; 方差  $d=105.6305$ ; 标准偏差  $e=10.2777$ ; 道址数统计分布如图 1(b), 大致符合正态分布。经分析, 计数在 90-110 内一即  $(100-e) \sim (100+e)$  范围内一的道址数占 70.41%, 计数在 80-120 内一即  $(100-2e) \sim (100+2e)$  范围内一的道址数占 96.57%, 计数在 70-130 内一即  $(100-3e) \sim (100+3e)$  范围内一的道址数占 99.71%, 较好地符合式(2)所述的计数测量统计涨落特性。

### 3.2 高斯分布抽样

设定参数: 均值  $m=275$ , 标准偏差  $\sigma=6$ , 方差  $\sigma^2=36$ , FWHM=14.13, 100000 随机点。实现方法: 变量替换法。仿真效果: 产生的随机点统计分布如图 2, 均值  $m=274.983$ , 相对误差为 0.62%; 标准偏差  $\sigma=5.977$ , 相对误差为 0.38%; 效果良好。

### 3.3 混合分布

设有 3 种  $\gamma$  射线能量的混合核信号, 第 1、2、3 种射线的强度比例为 2:1:1, 均值分别为  $m_1=800$ 、 $m_2=300$ 、 $m_3=180$ , 探测器固有能量分辨率  $R_D = 10\%$ , (标准偏差为  $\sigma_1 = \text{FWHM}/2.355 = 80/2.355 = 33.97$ ,  $\sigma_2 = 30/2.355 = 12.73$ ,  $\sigma_3 = 18/2.355 = 7.64$ ); 并用指数随机信号模拟能谱的本底及噪声。实现方法: 加抽样方法。仿真效果: 产生的随机点统计分布见图 3, 可见效果良好。

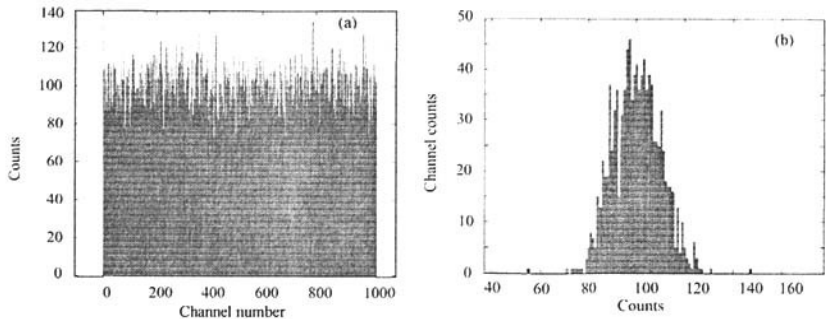


图 1 均匀分布  
(a) 随机点统计分布, (b) 道址数统计分布  
Fig.1 Uniform distribution.  
(a) Statistical distribution of random number, (b) Statistical distribution of channel number.

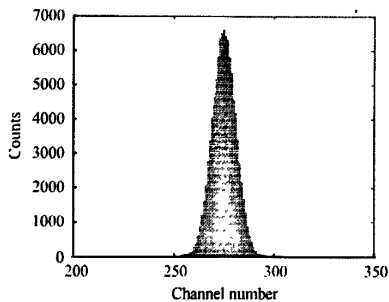


图 2 高斯分布  
Fig.2 Gaussian distribution.

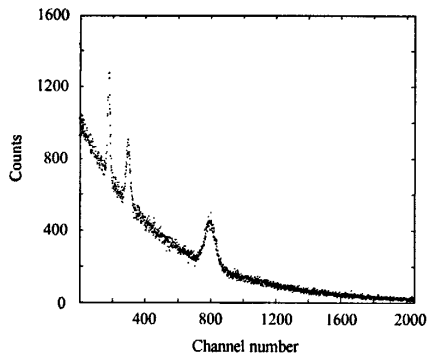


图 3 混合分布  
Fig.3 Mixed distribution.

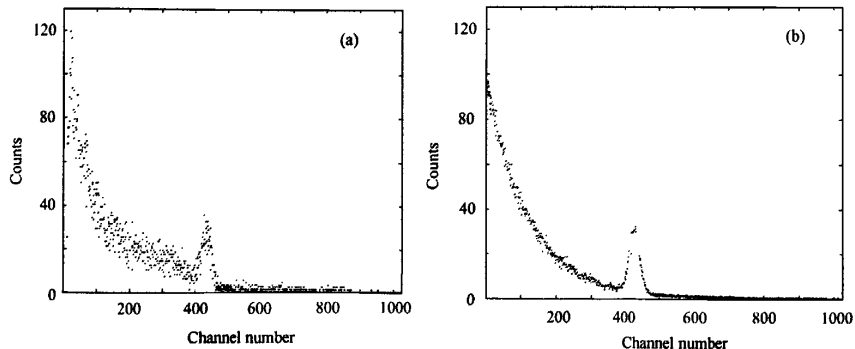


图 4 <sup>40</sup>K 的测量能谱(a)和模拟能谱(b)  
Fig.4 Measured (a) and simulated (b)  $\gamma$ -ray spectra of <sup>40</sup>K.

### 3.4 能谱模拟

图 4(a)是 1024 道 NaI(Tl)闪烁 $\gamma$ 能谱仪实测获得的 <sup>40</sup>K 能谱, 总计数为 13096, 采用指数加高斯分布进行模拟, 得图 4(b) 所示的模拟能谱. 实现方法: 加抽样方法. 指数分布的均值  $\beta=120$ , 随机点数为 12015; 高斯分布的均值  $m=430$ , 随机点数为 1081. 仿真效果: 图 4(b)的随机点统计分布与图 4(a)相近.

### 3.5 任意复杂能谱模拟

图 5 显示 1024 道 Si-PIN 半导体 X 荧光分析仪配合小型 X 光管射线源激发 Mn 片得到的 X 荧光谱线, 测量时间  $T_0=500$  s, 总计数  $5.513\times10^5$ , 谱线中段是 <sup>55</sup>Fe 的  $K_\alpha$  和  $K_\beta$  特征峰. 用直接抽样方法模拟能谱测量时的变化过程得到不同时间的随机点统计图(能谱), 较为逼真地模拟了能谱测量的计数测量统计涨落特性(图 6).

以上模拟实例基于能谱或相邻时间间隔随机分布已知的前提, 即当我们在某探测器和探测条件下测得的先验数据(如能谱、相邻时间间隔随机分布)时, 采用本文方法对其幅值随机性或脉冲产生时间间隔随机性进行模拟再现的.

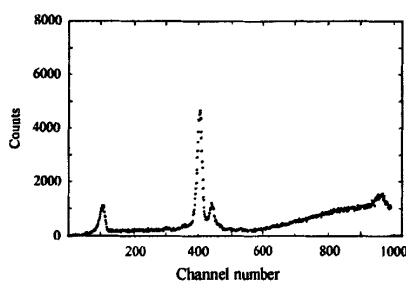


图 5  $T_0$  时的随机点统计图(能谱)  
Fig.5 Statistical distribution of random number (spectrum),  $t=T_0$ .

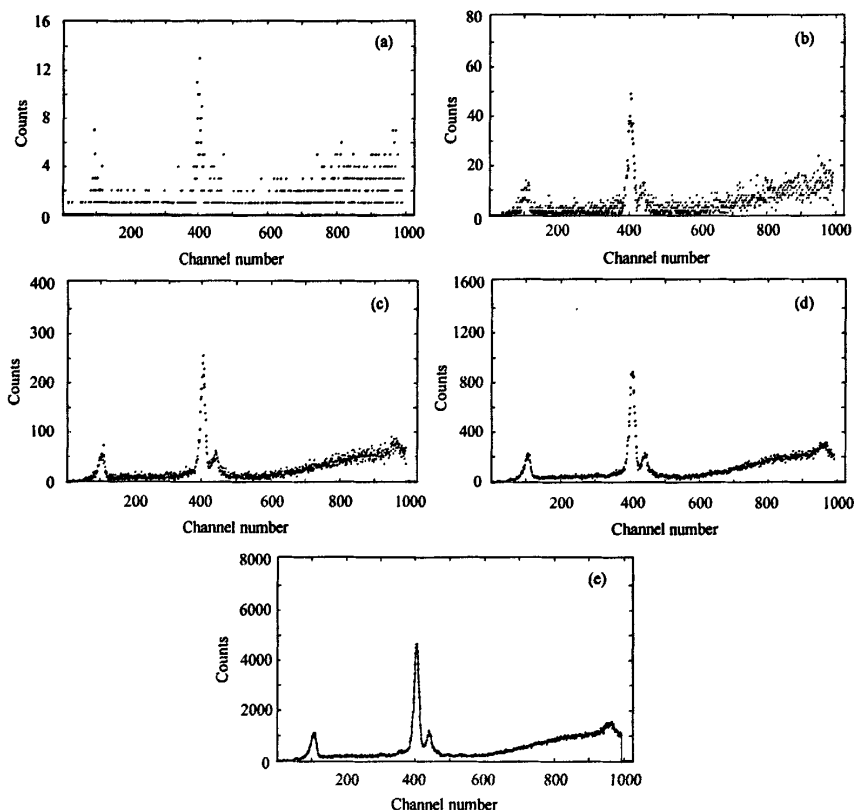


图 6 随机点统计图(能谱)  
Fig.6 Statistical distribution of random number (spectrum).

#### 4 结论

由于放射性核素衰变的随机性,核辐射探测器的电输出信号在脉冲幅度和相邻脉冲产生的时间间隔也具有随机性。对于呈任意能量分布的核随机信号,幅值随机性的模拟及相邻信号脉冲时间间隔随机性的模拟用本文所述方法实现,模拟效果较好。核信号的随机性模拟中,可通过均匀分布、高斯分布、指数分布、多项式分布、泊松分布等基本分布的组合来实现。制作核信号模拟器时,可采用控制器(如 DSP、单片机等)、存储器及 D/A 通道等来实现。

#### 参考文献

- 张软玉. 数字化核能谱获取系统的研究, 四川大学博士论文, 2006  
ZHANG Ruanyu. On the study of digital nuclear spectrum system, Doctoral Dissertation of Sichuan University, 2006
- 陈世国, 吉世印. 贵州教育学院学报(自然科学), 2006, 117(4): 18-22  
CHEN Shiguo, JI Shiyin. J Guizhou Education Institute (Natural Science), 2006, 117(4): 18-22
- 杨磊, 李东仓, 吕振肃, 等. 自动化仪表, 2007, 28(5): 29-31  
YANG Lei, LI Dongcang, LV Zhensu, *et al.* Process Autom Instrum, 2007, 28(5): 29-31
- 李鹏宇, 刘松秋, 雷武虎, 等. 核电子学与探测技术, 2004, 24(5): 514-517  
LI Pengyu, LIU Songqiu, LEI Wuhu, *et al.* Nucl Electron Detect Technol, 2004, 24(5): 514-517

- 5 李东仓. 兰州大学学报(自然科学), 2007, 43(3): 110-113  
LI Dongcang. J Lanzhou University (Natural Sciences), 2007, 43(3): 110-113
- 6 卢希庭. 原子核物理. 北京: 原子能出版社, 1980  
LU Xiting. Nuclear physics. Beijing: Atomic Energy Press, 1980
- 7 汲长松. 核辐射探测器及其实验技术手册. 北京: 原子能出版社, 1990  
JI Changsong. Handbook of nuclear radiation detectors and their experiment techniques. Beijing: Atomic Energy Press, 1990
- 8 许淑艳. 蒙特卡罗方法在实验核物理中的应用. 北京: 原子能出版社, 2006  
XU Shuyan, The application of Monte Carlo method in nuclear physics experiment. Beijing: Atomic Energy Press, 2006
- 9 裴鹿成. 计算机随机模拟. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989  
PEI Lucheng. Computer random simulation. Changsha: Hunan Science and Technology Press, 1989
- 10 徐钟济. 蒙特卡罗方法. 上海: 上海科学技术出版社, 1985  
XU Zhongji. Monte Carlo method. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 1985
- 11 Kahn H. Applications of Monte Karlo. AECU-3259, 1954
- 12 Lehmer D H. Mathematical methods in largescal computing units, Proc Sym on largescal digital calcul machinery, Harvard Univ Press, 1951, 141

### Simulation method of arbitrary energy distributed nuclear signals

HUANG Hongquan FANG Fang GONG Dichen ZHOU Wei

(School of Nuclear Technology and Automation, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China)

**Abstract** In this paper, according to the random characteristic of pulse amplitude and time interval of two adjacent pules, we discuss simulation methods of nuclear signal statistical distribution. When energy randomness of nuclear random signal is simulated, the statistical distribution can be decomposed into uniform distribution, Gaussian distribution, exponential distribution, Poisson distribution, multinomial distribution etc, and can be realized by methods we proposed in this paper. Arbitrary energy distributed nuclear signal that cannot be decomposed easily can also be realized by the methods, and simulation effect is excellent.

**Key words** Nuclear random signal, Simulation, Basic distribution, Arbitrary distribution

**CLC** TN782, TL82